

上越数学教育研究, 第 24 号, 上越教育大学数学教室, 2009 年, pp.95-106.

有用性のある教材を扱った数学授業における 高校生の認識に関する研究

濱谷 伸広

上越教育大学大学院修士課程 2 年

1. はじめに

筆者は, 高校教員として 10 年近く数学の授業を行ってきた。その際, 業間や放課後での談話において, 生徒から「数学って何の役に立つの?」とか「足し算, 引き算ができれば生活には困らない」とよく言われた。

これに関して, 国立教育政策研究所(2004)による PISA2003 の国際結果の報告の中で, 「学んだ数学を日常生活にどう応用できるかを考えている」という質問に対する日本の肯定的な割合は 12.5%であり, これは OECD の平均 53.0%と比べてもかなり低いという報告や, 他に, 「将来の仕事の可能性を広げてくれるから, 数学は学びがいがある」という質問に対する日本の肯定的な割合は 42.9%であり, これも OECD の平均 77.9%と比べても低いという報告がある。また, 2007 年に文部科学省が実施した全国学力・学習状況調査をまとめた国立教育政策研究所(2007)では, 中学数学の結果報告において, 「数学 A (知識) について, 生徒の平均正答率が 72.8%であり, 基礎的・基本的な知識・技能を更に身に付けさせる必要がある」「数学 B (活用) について, 生徒の平均正答率が 61.2%であり, 知識・技能を活用する力に課題がある」という報告もある。

このような報告には, 筆者が生徒からよく言われた「数学って何の役に立つの?」という質問と同様の背景や問題点が含まれている。全国学力・学習状況調査の上記報告(国立教育政策研究所, 2007)は, 中学生を対象とした調

査結果ではあるが, 高校生においても同様ではなかろうか。このことから, 生徒は高校数学が生活や社会の中で役に立っている, つまり, 有用であると認識し難い状況にあると考える。

生徒が数学の有用性を認識し難い原因として, 筆者の実感から, 中学や高校において数学の有用性を認識できるような指導が少なく, 有用性の認識を高めるような教材が扱われることも少ないことがあるのではないか。

本研究の目的は, 数学は有用なものであると生徒が認識するような教材を研究し, そのような教材を用いて授業実践を行いながら生徒の活動過程を解釈し, 生徒の数学の有用性に対する認識の様相を明らかにすることである。それにより, 高校数学の授業を改善するための示唆を得ることを目的とする。

2. 有用性に関する先行研究

2.1. 明治以降の数学教育における有用性

2.1.1. ジョン・ペリーについて

数学というものは, 昔から数を数えること, 農耕, 測量といったことで有用なものであった(カジョリ・F, 1997)。しかし, ユークリッドの原論以降, ヨーロッパ数学のもとでは, とりわけ中等教育以降での数学は, 有用性のあるものとして, 扱われておらず, 19 世紀以前のイギリスの数学教育においては, ユークリッド原論の証明の暗記やその暗記を基にした大学への試験のためという数学教育が行われていた(小倉&鍋島, 1957)。

その数学教育に対して、ジョン・ペリーは1901年9月14日、イギリスのグラスゴーでの講演で異議を唱え、数学教育の目標を有用性という語のもとに七項目として示し、今までとは違う数学教育を目指した数学教育改造運動の点火役となった(小倉&鍋島, 1957)。そして、ペリーの数学教育改造運動(以後、ペリー運動)が、その後世界的に広がり、日本の数学教育にも大きな影響を与えた。

ペリー(1972)によれば、ペリーが講演において述べた数学の学習における有用性は、次の七項目である。以下は、丸山の和訳であるペリー(1972)による。

- (1) 高尚な情緒をつくり、知的喜びを与える。このことは従来、ほとんどすべての子どもの教育において無視されてきた。これは
 - (a) 知力の発達においても、
 - (b) 単なる数学の学習においても、無視されてきた。
- (2) 物理学の学習において、数学の武器によって助けが与えられる。このことも従来、ほとんどすべての子どもの教育において無視されていた。
- (3) 試験に合格することにおいて。これは、これまで無視されていなかった唯一のものであり、教師たちによって実際に認められていた唯一のものである。
- (4) 手足のように自由に使える知的道具を人々に与える。人々がその生涯を通じて、自分自身を教育し続け、精神と知力とを発達させることができるようにし、そしてこの目的のために、彼らのすべての経験を利用できるようにする。これはまさしく、人々が読書を好むことによって、自己を教育する能力と同じものである。
- (5) これはあるいは(4)に含まれるのかもしれないが、一人の人間に、自分のため以外のことがらを考える重要性を教え、それによって、現在の権力の恐ろしい支

配から自分自身を解放し、他人に服従していると、他人を支配しているとかかわらず、彼が最高の存在の一人であることを確信させる。このことは通常、数学の学習以外の仕事だとされていることである。

(6) 応用科学に従事している人々に、その応用科学の基礎をなしており、その応用科学を発展させている原理を知っていると感じさせる。

(7) 鋭い哲学的知性の持主に、完全性についての、まったく魅力的で満足な論理的忠告を与え、それによって、彼らが何らかの哲学的問題を、純粋に抽象的立場から展開しようとする企てを阻止する。なぜなら、そのような企てが不合理なものであることは、明らかになっているからである。

(ペリー・J, 1972, 丸山訳, pp. 17-18)

上記の(1)の(b)の訳について、ペリーの原文『The teaching of mathematics』が掲載されている James K. Bidwell & Robert G. Clason (1970)によれば、「(b) In producing logical ways of thinking.」となっており、訳と原文とを比較すると、「(b) 単なる数学の学習においても」という訳よりも「(b) 論理的な考え方をもたらしことにおいても」という訳の方が適切と筆者は考え、以後、この訳とする。

ペリー(1972)は、数学の学習における有用性として、上記の七項目を述べているが、「このなかで(3)だけはあまり感心したことではないが、・・・」(ペリー・J, 1972, 丸山訳, p. 20)というように、その後の説明において(3)が有用なものとは言い難いと述べている。

2.1.2. 小倉金之助について

日本での数学教育の有用性について論ずるには、数学教育者の小倉金之助について述べる必要がある。

小倉は青年期にペリー運動の影響を大きく

受け、日本の数学教育にペリー運動の精神を移植することに努力をしていた(岡部, 1983)。そして、小倉は、その精神を基に、日本の数学教育の理論形成の基礎をつくった理論的指導者であり、学問的にも高く評価されている(岡部, 1983)。

小倉(1973)は、ペリーの主張の本質について、次のように述べている。

彼の主張の本質は、数学の実践性にあった。それも単なる教授技巧としてのいわゆる実験実測ではなく、現実の問題それ自身の把握にあったのである。ペリーにあっては、抽象的数学の理論を自然(および社会)現象の説明に応用しようというのではなく、むしろ、自然(および社会)現象の中から、実践によって、数学的方法を見出すところに、彼の数学の意義があったのだ。

(小倉, 1973, p. 314)

このことから筆者は、ペリー(1972)や小倉(1973)の述べる数学教育の本質や思想に関する主張を本研究に取り入れることで、数学教育実践への示唆を得ることができると考える。

2.2. 学習指導要領における有用性と活用

昭和 26(1951)年から平成 11(1999)年までの高等学校学習指導要領における数学の目標と内容に書かれている有用性と活用の文言頻出数を表 1 に示す。

表 1. 有用性と活用の文言頻出数 (回)。

	有用性	活用
昭和 26(1951)年	7	1
昭和 30(1955)年	0	0
昭和 35(1960)年	0	4
昭和 45(1970)年	1	4
昭和 53(1978)年	0	5
平成元(1989)年	0	7
平成 11(1999)年	8	26

表 1 から昭和 26(1951)年の中学校・高等学

校学習指導要領数学科編(文部省, 1951)の発足当時には、数学の有用性について少なからず重要視される記述があったが、その後、平成元(1989)年の高等学校学習指導要領(文部省, 1989)までは殆ど現れていない。その理由として、吉田(1997)によると、昭和 23(1948)年の学習指導要領は、「単元学習」という社会的有用性や生活経験が重視されたため、その内容を引き継いだ昭和 26(1951)年の中学校・高等学校学習指導要領数学科編(文部省, 1951)には、数学の有用性という文言が多く盛り込まれた。それ以降の数学教育は、「系統学習」や「現代化」への方向へ進み、抽象度の高い学習内容が導入され、実生活や諸科学に対する有用性といったものが学習指導要領に盛り込まれなかった。

しかしながら、平成 11(1999)年の高等学校学習指導要領(文部省, 1999)では、有用性という文言が比較的多く記述されている。その理由として、現在までの数学教育における反省や「総合的な学習の時間」というあらゆる教科に関与する科目、「生きる力」の育成、ということをおが国の教育に取り入れる際に、数学の有用性というものが見直され、有用性という文言が多く記述されたものと筆者は考える。

さらに、平成 11(1999)年の高等学校学習指導要領(文部省, 1999)では、より生徒の立場から捉えた言葉である活用という文言が多用されている。この活用という文言の意味を 1996 年から 2000 年に開催された中央教育審議会では、知識や技能を生活等に生かしたり、使ったり、用いたりするということを活用という文言で示している(文部省, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000)。また、高等学校学習指導要領(文部省, 1999)における活用という文言の意味について高等学校学習指導要領解説：数学編・理数編(文部科学省, 2001)によると、活用とは生徒の学習の姿、つまり、高等学校数学科の目標に記述されている、理解すること、

考察すること,能力を高めること,培うこと,認識すること,というような生徒の活動や,ある場面で知識や技能を用いること,表現や処理するようなことを活用という文言で表している。本研究では,生徒のこの種の活動を総じて活用と呼ぶことにする。

2.3. 有用性とは何かを扱った研究

2.3.1. 塩野(1970)の研究

塩野直道は,ペリーの影響を大きく受けている小倉の思想を視野に入れながら,昭和10(1935)年から昭和15(1940)年まで発刊された,画期的で現在でも評価の高い,算数の国定教科書「尋常小学算術」(いわゆる緑表紙教科書)の編集を主宰した人物である。

塩野(1970)の「数学教育論」では,数学の価値について,次のように要約している。

- 一, 用具性に基づいて,人間の生活,社会生活を向上させる。
- 二, 現実の物質的精神的社会的の世界の真実を認識し新たな真実の世界を展開する。
- 三, 人間の論理・直観の働きを盛んにし,真理感を満足せしめ,人間精神を向上させる。(塩野, 1970, p. 95)

この三点について,塩野(1970)は,一は実用的価値であり,二は文化的価値であり,三は精神的価値であるということができようと述べている。

2.3.2. 池田(1997)の研究

池田(1997)は,数学教育の目標論は,存在理由,一般目標,到達目標の三つの段階によって捉えることができると述べている。

ペリー(1972)の述べる有用性は,目標論に含まれるものであり,池田(1997)は目標論との観点から七項目を分析しているが,本研究で筆者は,池田(1997)とは異なった観点により,数学の有用性の焦点化を行って研究を進めていくこととする。

さらに,算数・数学の目的・目標について述べている中原(2000)の研究を見ていくこととする。

2.3.3. 中原(2000)の研究

中原(2000)は,算数・数学教育の目的は,教育の目的を基盤にしているとして,その教育の目的を,陶冶的目的,実目的,文化的目的の三つの視座から構築され,論じられると述べている。中原(2000)は,算数・数学教育の目的が,その三つの視座に関して,また三つの視座をもっているかどうかを検討し,主として結果として導き出された目的を整理して以下のように提示している。

A. 算数・数学の陶冶的目的

算数・数学は真理を追求する学問であり,それへの取り組みは合理性,主体性が求められる。また,それは,論理性,抽象性,記号性,創造性などに富む。

B. 算数・数学教育の実目的

算数・数学における知識,技能,考え方などは日常生活や科学技術に必要不可欠であり,今日では文系分野においてもその活用が広まりつつある。また,コミュニケーションの道具としての重要性なども高まりつつある。

C. 算数・数学教育の文化的目的

算数・数学は人間の知性がつくりだした素晴らしい文化である。この文化に接し,それを享受するのは一人ひとりの人間の固有の権利であり,さらに,それを後世に継承し,発展させる義務がある。

(中原, 2000, pp. 48-49)

上記で提示された算数・数学教育の目的については,いくつか批判はあるものの,その批判への反論についても,また多くあり,議論を重ねているものである。

2.3.4. 本研究における有用性

これまでの数学の有用性に関する先行研究

から、筆者は本研究における数学の有用性について論ずる際の示唆を得られたと捉え、以下に本研究における数学の有用性を示す。

まず、一つ目は、数学の実用的な価値がある有用性として、日常生活に役立つこと、他教科や他分野への適用や応用ができること、工学や諸科学に役立つこと、職業に役立つこと、コミュニケーションの道具として役立つことといった実用的な有用性とする。

二つ目は、数学の陶冶的な価値がある有用性として、情緒の養成、形式陶冶的な論理的思考・判断・表現を身につけるためといったものの育成、生涯にわたって自己を教育し続ける態度を育成するという自己教育力の育成、真理や正義を重んじる人間の育成、人間の尊厳を重視することといった陶冶的な有用性とする。

2.4. 有用性のある教材に関する先行研究

2.4.1. 大澤(1998, 1999, 2001, 2005)の研究

大澤(1998)は、グラフ電卓の利用を図った数学的モデリングの新たな教材(テーブルコーダのカウンター問題)を生徒に取り組みさせた。その結果、生徒は自主的にグラフ電卓の機能を利用しつつ、経過時間がカウンター数の二次関数であることを認識して問題解決を図ることができたと述べている。

他、大澤(1999)では、中学校の数学授業の現状が、理想化されすぎた教材により、生徒が数学の有用性を感じていないということから、教材研究をし、実生活における問題の一つとして、生徒の関心が高い「肥満とやせ」について取り上げて授業を行った。その結果、数学の有用性を少なからず感得し得ることがわかったと述べている。

また、大澤(2001)では、RSA 暗号に数学との関わりが見て取れることから、その教材化を試みて、生徒に授業で取り組みさせた。その結果、生徒の積極的な活動が多く見られ、興味や関心を引き起こし、現実的な利用価値を

感得させる教材となり得ると述べている。

さらに、大澤(2005)は、鶏卵の重量は経過時間に伴って一次関数的に減少する特徴に注視した教材化を試みて、生徒に探究活動を行わせた。その結果、一次関数の利用としての新たな教材となり、また、客観的事実と心理的実感との間に認知的なずれが生じ得るような題材であることが望ましいであろうと述べている。

このことから、実生活や現実世界にある問題を題材にしたり、数学との関わりがある教材を用いたり、実用的な有用性を意図した授業を行い、生徒に問題解決を行わせることによって、生徒は数学の有用性というものを認識するのではないか。

2.4.2. 岡部(1999)の研究

岡部(1999)は、両対数方眼紙や電卓を使って、玉ねぎやジャガイモの切り口曲線を式化することを通して、ベキ関数が日常性を持ち、有用であることを明らかにして、それを授業内容とし、生徒が社会現象を考察できるような学習活動を取り入れた授業実践を行った。ただし、この授業実践は、大学新入生に対して、高校数学の復習と補充を目指した授業で行ったものである。この授業に参加した学習者の姿勢や意識の変化について、岡部(1999)は、学習者の意識や数学観の変化が著しいと述べている。また、岡部(1999)は、道具(電卓や方眼紙など)を使って数学を学ぶような学習活動が現在の高校数学の授業で必要であるとも述べている。

このことから、高校における数学授業では、数学の日常性やその実用的な有用性を生徒が認識できるような教具を用いて学習活動を行うことにより、生徒の数学観を変容させることができるのではないか。

2.5. 有用性の認識について

波多野(1996)から、筆者は、認識という用

語を次のように捉えることとする。

認識とは、知識の獲得や改定であり、それは人間の能動的な心のはたらきによる構成であるが、その構成活動は、生得的な獲得装置およびそれまでに獲得した知識という内的な制約、社会にいる周囲の人々および共有された人工物や道具といった文化という外的な制約を充足するものであると捉える。

上記の認識という用語を波多野(1996)のことばを借りて、筆者は認識というものを捉えたが、これを波多野(1965)や藤永(1965)が述べているピアジェの心理学で言い換えれば、人間の機能のはたらきの基盤となっている心的構造をシェマと呼ぶことにすると、人間は、外的環境にはたらきかけ、それを今まで自分のなかに貯えられていたシェマにそって構造化しようとする同化の機能が知識の獲得であり、逆に外的環境のもつ抵抗にあって、こんどは、自己のもっていた同化の周期やあり方を変えようとする調節の機能が知識の改定であると言える。

この認識の捉えについて、ペリー(1972)では、教授＝学習を端的に述べているが、波多野(1996)や波多野(1965)、藤永(1965)が述べているようなシェマ、及び同化と調節という知識の獲得や改定を意味する認識と同様のものを示している。筆者は、そのことも踏まえ、本研究では、生徒が有用性を認識するということを論ずるための示唆を得られたものとする。

3. 教材研究

3.1. 有用性のある教材の工夫における視点

第2章では、有用性に関する先行研究から、本研究における数学の有用性の観点を論じた。第3章では、その観点に基づいた教材を設定して模擬授業を行い、教授実験で用いる教材を工夫していく。

まず、筆者の教材の工夫における視点を明らかにするために、数学の有用性について整

理する。筆者が論じた数学の有用性の観点を大別すると、実用的な有用性と陶冶的な有用性とに分けられるが、それぞれを整理して、以下のように示しておく。

<実用的な有用性>

- ・日常生活に役立つ
- ・他教科や諸科学に役立つ
- ・職業に役立つ
- ・コミュニケーションに役立つ

<陶冶的な有用性>

- ・情緒の養成に役立つ
- ・論理的な思考力、判断力、表現力の育成に役立つ
- ・自己教育力の育成や人間の尊厳を重視することに役立つ

また、本研究における有用性のある教材に関する先行研究から見出した、筆者の教材の工夫における視点についても整理して、以下のように示しておく。

- ・実生活や実社会にある問題を題材にする
- ・数学は日常に使われているという事実やその有用性を認識できるような教具を用いて学習活動ができる
- ・興味、関心がもてる

さらに、現行の高等学校学習指導要領(文部省, 1999)が示す必修科目である数学基礎の内容や目標には、本研究と類似する部分があり、その具体的内容から教材の工夫における視点を見出す。

3.2. 模擬授業から得られた教材の視点

2008年3月初旬に上越教育大学大学院の3名を生徒役とし、筆者は教師役として模擬授業を行った。

問題は、3種類の果物を用いて、15個入りの果物の詰め合わせ作る方法が何通りあるかを求めるという重複組合せの問題である。

模擬授業を受けた生徒役のインタビューより、教材の解釈と考察を行った。その結果、模擬授業での教材について生徒役は、問題を

認識し、数学的な興味や関心をもってはいるが、数学が身近で有用なものとは認識していなかったことから、教材の問題文について、より有用性を認識できるような文脈でなければならないと考える。

特に、現実場面の問題だけではなく、物語性のある内容を取り入れることで、生徒の興味や関心も高まるのではないかと考える。

また、筆者の本研究での動機でも述べたが、生徒の疑問は、数学の有用性について、どちらかといえば、実用的な有用性に関する疑問であったと推測できるため、主として実用的な有用性を認識させることを意図した教材を考える。

上記のような視点も踏まえて、1単位授業で完結するような教材を工夫していくこととした。

4. 教授実験

4.1. 教授実験の構想と方法

4.1.1. 教授実験の構想

第4章では、第3章で工夫した有用性のある教材を扱って教授実験を行い、そこで得られた生徒の活動過程と活動後のインタビューからのデータを解釈して考察を行い、生徒の有用性に対する認識の様相を明らかにしていく。

なお、教授実験の調査参加者は岩手県内の高校生であるが、どちらかといえば数学を得意としない生徒が多く、中学校時代に学習空白のある生徒も在籍しているため、授業を行う際には、教師側から多くの支援を行いながら進めていかなければならないことを考慮に入れる。ただし、全てを教え込むような教師主導型の授業ではなく、生徒同士の話し合いや、生徒自らの活動が生ずることを理想としながら授業を展開する。

4.1.2. 教授実験の方法

2008年5月13日から5月23日にかけて、

岩手県内の県立高校1校の全生徒(1年生15名、2年生8名、3年生5名)を調査参加者とし、筆者が教師となり、授業時間にて教授実験を10回実施した。

教授実験で用いた教材の概要を以下に示す。

- ①一つの米粒を2倍2倍と掛けることを40回行い、その合計を求める倍増問題。
- ②3種類の醤油を5本入る箱に入れる入れ方の個数を求める重複組合せの問題。
- ③トーナメントの全試合数を求める問題。
- ④トイレットペーパーの長さを求める問題。
- ⑤5万円を年利10%の複利法で4年間預金した際の利息の合計を求める問題。
- ⑥10万円を月利10%で借りた場合、元利均等返済毎月払いの方法を用いて3ヶ月間での総返済額を求める問題。

活動の様子を3台のビデオカメラで記録した。1台は黒板側を記録し、残り2台で生徒を中心に記録した。

授業終了後には、生徒1名または2名にインタビューを行い、その様子もビデオカメラで記録した。インタビューの内容として、国立教育政策研究所(2004)の報告書にあるPISA2003の生徒質問紙の内容を参考にして、以下のようなことを生徒に質問した。

- ・今日の授業内容は、理解できましたか？
- ・今日の授業内容は、あなたにとって今後の生活に役立つと思いますか？
- ・今日の授業内容は、社会に役立っていると思いますか？
- ・数学はいいものだと思いますか？

インタビューの内容で、理解という用語を用いているが、それは生徒にとって平易な用語として、本研究における認識という用語の代わりに用いることとした。上記の質問を起点として、生徒の発話を促し、様々な発話内容へと派生するようにインタビューを行った。

4.2. 教授実験のデータ解釈と考察

それぞれの記録のプロトコルを作成し、教

師と生徒の発話とプリントの記述より、生徒の数学の有用性に対する認識がどのようなものかを解釈し、考察した。

4.2.1. 実用的な有用性の視点から

本研究における教授実験によって、生徒が実用的な有用性を認識できたといえる場面は、以下の三点で、その解釈と考察を示す。

一つ目は複利法の問題で、生徒が問題解決を終えた後に、生徒自ら金利の利率を仮定し、他の利率との比較を行いながら利息を予想するという活動が見られたこと、また、授業中に生徒から「役に立つな」とか「便利ですよ」という発言があったこと、インタビューにおいて利息の計算方法が分かったと述べるとともに、現実場面を想定して利息の計算方法や計算結果を認識していたことから、生徒は日常生活に役立つという実用的な有用性を認識したといえる。

二つ目は元利均等返済毎月払いの問題で、最初、生徒は問題の認識に苦しんだ様子で、問題解決に時間がかかり、一人しか正答に至らなかった。しかし、将来においてローンをする場面を想定した発言があったこと、また、実社会にある銀行においては、役に立っているという認識を得ていたことから、生徒は将来における生活や実社会において役立つという実用的な有用性を認識したといえる。

三つ目はトーナメントの問題で、生徒は学校生活である日常場面にトーナメントの問題を役立てようとする発言があったことから、生徒は学校生活という身近な場面において役立つという実用的な有用性を認識したといえる。ただし、生徒は社会で役立つかどうかということを認識しておらず、これは、生徒が直接関わっている実生活や実社会での経験がないと、その有用性を認識できないということを表出したともいえる。

他、本研究における実用的な有用性として、職業に役立つことという示唆を得ていたが、

本研究の教授実験では、生徒が職業や就職先に役立つようなことを述べてはいないものの、生徒自身のこととして捉えてはいないことから、生徒が実用的な有用性を認識しているとはいえない場面もあった。

4.2.2. 陶冶的な有用性の視点から

本研究における教授実験によって、生徒が陶冶的な有用性を認識できたといえる場面は、以下の五点で、その解釈と考察を示す。

一つ目は倍増問題で、1年生の生徒が、「能力が付く」とか「凄いもの」という発言をしていたことから、数学の形式陶冶的な有用性を認識していたといえる。しかし、数人の生徒は、問題の文脈に興味や関心をもたなかった。また、授業で扱った数学が自分自身の生活に役立っているという認識をもっていなかった。2年生の数人の生徒は、問題の文脈である物語の中に登場する人物に同情し、心配するような発言をしていることから、倍増問題のような文脈のある数学授業は、生徒が同情や心配するような感情を生じさせるという、情緒面において効果があったものといえる。また、生徒は授業で扱った数学が、教訓として使えるものという認識をしていた。しかしながら、その他の生徒は、数値計算のみの活動に終始していた。この理由には、問題の文脈に興味や関心をもつことよりも、数学の授業では計算し、答えを出すという活動を主として生徒が考えている可能性がある。3年生の生徒が、倍増問題のような物語性のある授業を受けることで楽しいという印象を強く述べていることは、生徒の情緒を高揚させており、情緒の養成に役立っているということから、数学の陶冶的な有用性が見られたのではない。ただし、生徒は実用的な有用性に関して、全く認識していなかった。

二つ目は重複組合せの問題で、1年生の生徒は、順列の考え方で問題解決を行い、殆ど正答に至らなかった。また、途中で活動が停

滞する場面も見られた。インタビューで生徒は、自分にとって役立つものでなければ有用性がないと考えていることから、数学が自分自身の生活や社会に役立っているという認識をもたなかったといえる。特に、数学が嫌いな生徒について、自分の実体験で得たことについては、数学のよさを述べてはいるが、授業で扱った教材は、それまでに体験しておらず、実用的な有用性の認識に至らなかったのではないかと考える。他の生徒で、数学のよさについて、応用を利かせて発想の転換ができるという発言をしていたが、それは生徒の数学の学習経験で得た数学の陶冶に関する認識ではないかと考える。2年生も1年生の生徒と同様に、インタビューでは、数学が自分自身の生活や社会に役立っているという認識を多くはもたなかった。3年生の生徒は、問題の文脈が現実の出来事と異なる点を指摘した。その理由として、教師が考えた現実的な場면을問題の文脈に取り入れた教材といえども、生徒自身が認識している現実と異なった場合には、生徒は現実のものとして認識しないということが挙げられるのではないかと考える。その他、生徒は、数学の問題を正答する喜びをもっていたことから、情緒面の育成において役立っているという陶冶的な有用性が見られたといえる。

三つ目は複利法の問題で、生徒は数学を学習することで問題が解けたという達成感を得られること、自己の成長が分かる学問であるということを素晴らしいことであると述べており、これは、ペリー(1972)の「高尚な情緒をつくり、知的喜びを与える」といった有用性の七項目の一つに合致していることから、生徒は陶冶的な有用性を認識したといえる。

四つ目はトーナメントの問題で、最初、生徒は、問題解決を行うときに戸惑いを見せたが、すぐに解決方法を見つけて問題を解き、全員が正答に至った。教師による解答の解説時間において、様々な解答があることを知った生徒は、驚きの様子を示していたが、この

とき、自分が気付かなかった解決方法があることに驚きを示したのではないかと考える。2人の生徒のインタビューにおいて、2人の生徒から「楽しい」という発言があった。一つは、解ける喜びからくる楽しさを述べており、生徒の情緒面の高揚が見られたと考え、もう一つは、数学に興味・関心があり、学ぶ本性の楽しさを述べ、元々数学を楽しんでいると認識していたと考える。

五つ目はトイレットペーパーの長さの問題で、トイレットペーパーは日常生活には欠かせないもので、身近なものを扱った授業となっただけではあるが、それ自体を計測するということを生徒は、日常生活ではそれまで経験することがなかったため、実生活においては役立たないという認識をもった。しかし、数学を適用して問題が解けたときの喜びを数学のよさとして挙げていることから、生徒の情緒の高揚があったと考える。

4.2.3. 有用性のある教材の効果の考察

実用的な有用性のある教材の効果についての考察を示す。生徒が日常生活で役立つと認識する効果のある教材として、複利法の問題、元利均等返済毎月払いの問題、トーナメントの問題が該当すると考える。それぞれの教材の特徴を挙げると、複利法の問題では、生徒が問題の文脈と現実とのずれを認識して問題解決を行うことで、授業を活性化させ、その結果、「役に立つな」とか「便利ですね」と認識させる効果があった。これは、大澤(2005)の研究と同様に、生徒に認知的なずれを生じさせる教材であったことが、その効果をもたらしたと考える。元利均等返済毎月払いの問題では、生徒が計算を難しいと認識するものの、銀行で役立つという認識をさせる効果があった。トーナメントの問題では、学校生活に役立てようと生徒に思わせる効果があった。

生徒が近い将来において役立つと認識する効果のある教材として、複利法の問題、元利

均等返済毎月払いの問題が該当すると考える。このことには、教材の内容が生徒にとって、日常的に扱っている金銭であったことから興味や関心を引き、また、就職間近な生徒が多かったため、学校で学んだ数学を卒業後に何か実用的なものとして役立てようとする心理的な働きがあったものと考えられる。

次に、陶冶的な有用性のある教材の効果についての考察を示す。生徒の情緒の養成に効果のある教材として、倍増問題、複利法の問題、トーナメントの問題、トイレットペーパーの長さの問題が該当すると考える。それぞれの教材の特徴を挙げると、倍増問題では、問題の文脈の中に登場する人物に同情し、心配するような情緒的な効果や「楽しい」という印象を与えるような効果があった。複利法の問題では、一部の生徒に達成感や自己成長を分からせ、そのことを素晴らしいと思わせる効果が見られた。トーナメントの問題では、解ける喜びからくる楽しさを与える効果があった。このことは、容易に問題解決が行えたこと、さらに、生徒の経験と類似した文脈のある教材であったことが影響していたのではない。トイレットペーパーの長さの問題では、数学を適用して問題が解けたときの喜びを与える効果があった。しかし、教師による多くの支援で生徒は正答に至ったことから、この教材による効果とは判断し難い。

また、実用的と陶冶的の両方の有用性を生徒に認識させることができる可能性のある教材として、複利法の問題とトーナメントの問題がそれに該当すると考える。この教材の特徴は、どちらも生徒にとって、比較的容易に問題文の意味が分かり、問題を最後まで解くことができ、また、興味や関心のある題材であり、近い将来を想像して適用できることといえるものではないか。

5. 総括的な考察

本研究における総括的考察を三点から述べ

る。生徒は、直接、自分自身に関係のある問題や実生活や実社会で経験したような場面、将来を予想しやすいものであれば、実用的な有用性を認識できたが、逆に、生徒がそれまでに直接関わっている実生活や実社会での経験がないと、実用的な有用性を認識し難い。その理由として、数学の有用性を認識し得る礎となる数学そのものの学力の問題点や、小倉(1973)が述べているような、自然(および社会)現象の中から実践によって数学的方法を見出す際に、場面設定において文章のみでなく、場面そのものから数学を作り、数学を適用する経験が必要であることがある。

次に、数学の陶冶的な有用性に関することとして、本研究の教授実験で生徒は、問題が解けたときに喜びや楽しさを示したり、数学の問題の文脈に興味や関心をもったりするなど、情緒面に関する認識を強く見せる場面が多くあった。加えて、生徒は、数学の学習を行うことで、「能力が付く」とか「頭が良くなる」という論理的な思考が養成されるのでは、という形式陶冶的な発言をしており、生徒が一般的な社会通念として、数学に対する形式陶冶的な観点をもっていることが表出したといえる。また、これに関して、ペリー(1972)が示した七項目の一つにある一文「論理的な考え方をもたらすことにおいても」という数学教育の目標論的なことが、社会通念として、数学に対する形式陶冶的な観点を生徒にもたらしめていることと関連しているとも考えられる。

有用性のある教材について、教師は主に、実用的な有用性を生徒に認識させようと工夫して教材を作成したが、結果として、生徒は陶冶的な有用性を認識することの方が多かった。このことから、有用性のある教材の視点として、教師が考える有用性と生徒が考える有用性との間には差異があることを念頭に置き、生徒の実態にあった教材を研究、開発する必要がある。また、数学が嫌い、若しくは、

苦手な生徒にとっての高校数学は、教授実験で行ったどの種の教材を扱った授業に対して、活動を停滞させるような嫌悪感を持ち続けさせることにもなっていた。これは、高校の数学教育において、教材だけでは計ることができない大きな問題が潜在しているという示唆を与えたといえる。

6. おわりに

今後の課題として、次の三点を示す。

一つ目は、本研究における数学の有用性の視点については、大別して実用的な有用性と陶冶的な有用性という二つの視点のみで捉えているが、一般的に数学教育の目標論から数学の有用性を捉える場合、文化的側面からの視点も必要であると思われる。

他、実用的な有用性のうち、コミュニケーションに役立つという示唆を得ていたが、本研究で行った教授実験では、そのことを生徒は認識したといえるデータに乏しいため、生徒が数学というものをを用いたコミュニケーションに価値を見い出せるような研究を長期的に行う必要があると考える。

二つ目は、有用性のある教材については、本研究での解釈・考察に基づきながら、生徒の数学に対する有用性の認識を重視して、再教材化を図り、本研究における教授実験をさらに学校現場でより扱いやすい形に調整するとともに、高校生の数学学習にどのような効果を及ぼすかを実証的に検証することが課題であると考ええる。

三つ目は、現在の日本の高等学校は、義務教育ではないが、ユニバーサル段階の学校として機能している現状がある。その段階にある高等学校の数学のカリキュラムは、旧態依然のカリキュラムとさほど変化していないと思われることから、本研究をさらに発展させ、高等学校のカリキュラムの変革をも考えた研究にしていくことが課題と思われる。

引用・参考文献

- カジョリ, F. (1997). 初等数学史. (小倉金之助訳). 共立出版.
- 藤永保. (1965). 数と量. 波多野完治(編), ピアジェの認識心理学. 国土社.
- 波多野誼余夫. (1996). 学習と発達: 認知心理学 5. 東京大学出版会.
- 波多野完治. (1965). ピアジェの発達心理学. 国土社.
- 池田敏和. (1997). 数学教育に関する一考察. 横浜国立大学教育紀要, 37, 1-20.
- 国立教育政策研究所. (2004). 生きるための知識と技能 2: OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA); 2003 年調査国際結果報告書. ぎょうせい.
- 国立教育政策研究所. (2007). 平成 19 年度全国学力・学習状況調査: 調査結果のポイント. 中学校数学, 8-11. 文部科学省. (<http://www.nier.go.jp/tyousakekka/tyousakekka.htm>).
- 文部科学省. (2001). 高等学校学習指導要領解説: 数学編・理数編(第三版). 実教出版.
- 文部省. (1951). 中学校・高等学校学習指導要領数学科編(試案)一改訂版一. 文部省.
- 文部省. (1955). 高等学校学習指導要領数学科一改訂版一. 文部省.
- 文部省. (1960). 高等学校学習指導要領. 大蔵省印刷局.
- 文部省. (1970). 高等学校学習指導要領. 大蔵省印刷局.
- 文部省. (1978). 高等学校学習指導要領. 大蔵省印刷局.
- 文部省. (1989). 高等学校学習指導要領. 大蔵省印刷局.
- 文部省. (1996, 1997, 1998, 1999, 2000). 中央教育審議会: 議事録. (http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/12/chuuou/).
- 文部省. (1999). 高等学校学習指導要領. 大蔵省印刷局.

- 中原忠男．(2000)．算数・数学教育の目的・目標．日本数学教育学会誌, 82(7・8), 48-51.
- 小倉金之助．(1973)．数学教育の根本問題．勁草書房．
- 小倉金之助&鍋島信太郎．(1957)．現代数学教育史．大日本図書．
- 岡部進．(1983)．小倉金之助その思想．教育研究社．
- 岡部進．(1999)．ベキ関数の日常性と有用性について：玉ねぎやジャガイモの切り口曲線の式化を通して．日本数学教育学会誌, 81(11), 10-16.
- 大澤弘典．(1998)．数学的モデリングにグラフ電卓の利用を図った教材例：テーブルコーダのカウンター問題．日本数学教育学会誌, 80(9), 30-33.
- 大澤弘典．(1999)．肥満とやせの判定基準づくり：数学を核とした総合的な学習の時間の展開例．日本数学教育学会誌, 81(11), 5-9.
- 大澤弘典．(2001)．暗号の教材化についての一考察．日本数学教育学会誌, 83(7), 10-17.
- 大澤弘典．(2005)．鶏卵の重量についての探究活動．日本数学教育学会誌, 87(1), 2-8.
- Perry, J. (1970). The teaching of mathematics. In James K. Bidwell & Robert G. Clason(Eds.), *Readings in the history of mathematics education*. Washington: NCTM.
- ペリー, J. (1972)．数学教育改革論．(丸山哲郎訳)．明治図書出版．
- 塩野直道．(1970)．数学教育論．新興出版社啓林館．
- 吉田稔．(1997)．数学教育史概観．日本数学教育学会編, 20 世紀数学教育思想の流れ (pp. vii-xviii)．産業図書．